

Modellering

Bakgrund:

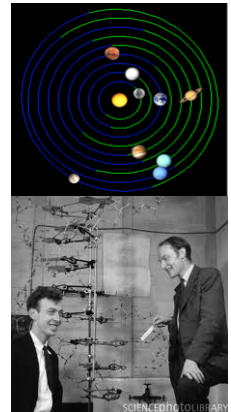
Vad är en matematisk modell, varför är de intressanta?

Svar: Modeller kan användas som verktyg för att förstå, beräkna och kontrollera aspekter av oss och vår omvärld.

Bohr använde solsystemet som modell när han försökte förstå vad en atom är.

Crick och Watson byggde en modell av ståltråd och metallbrickor i sina försök att komma underfund med DNA-molekylens struktur.

På samma sätt kan vi förstå och beräkna saker i världen med hjälp av matematiska modeller; vi kan säga: "Kanonkulan kommer att flyga som den här ekvationen anger" och peka på en andragradsekvation.



$$y = -0.001x^2 + x$$

Uppgift:

I den här uppgiften skall du ställa upp en matematisk modell för hur länge stiften i en stiftpenna räcker. Detta skall alltså *ställa upp en matematisk modell för hur långt streck (m) du kan dra med ett stift av en viss längd.*

Man kan även formulera uppgiften på följande sätt: *Ställ upp en ekvation där y är ritad sträcka (m) och x är stiftlängd (mm).*

Du får två olika stift. Gör en modell för varje stift.

Material:

- Två blyertsstift: ett 0,7- och ett 0,5-stift.
- Stiftpennor.
- Block.
- Linjal.
- Miniräknare

Redovisning:

- Ange och förklara modellerna. Vad står variablerna och konstanterna för?
- Diskutera ert resultat. Under vilka omständigheter hade k-värdet blivit större? Mindre?

Extra-uppgifter:

- Hur mycket spill blir det? Hur kan man minska spillet?
- Ställ upp en modell som tar hänsyn till spillet och som du kan använda för att lösa följande uppgift.
- I cafeteria kostar en förpackning stift 10 kr. Hur långt streck kan du dra för de pengarna? Vad blir kostnaden per km?

Lärarhandledning

Syfte

Lektionen lämpar sig som introduktion till konstruktionsaspekten av den fjärde förmågan i skolverkets ämnesplan – modelleringsförmågan (se nedan).

Målgrupp

Lektionen passar i kursen Matematik 1b, 1c och 2a. Eftersom eleverna i 1c får tillfälle att öva modelleringsförmågan i andra ämnen, är lektioner av denna typ kanske inte lika nödvändiga för det spåret. Lektionen skulle eventuellt även kunna genomföras i kursen 1a.

Ur ämnesplanen för matematik:

Ämnets syfte

Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:

- tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell samt använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar.

Centralt innehåll

Matematik 1b och 1c:

Samband och förändring

- Begreppen funktion, definitions- och värdemängd samt egenskaper hos linjära funktioner och potens- och exponentialfunktioner.

Matematik 2a:

Samband och förändring

- Begreppet funktion, definitions- och värdemängd. Tillämpningar av och egenskaper hos linjära funktioner samt potens-, andragrads- och exponentialfunktioner.
- Representationer av funktioner, till exempel i form av ord, gestaltning, funktionsuttryck, tabeller och grafer.

Kunskapskrav

Matematik 1b, 1c och 2a:

Betyget E

I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.

Betyget C

I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Betyget A

I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja**, tillämpa **och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Genomförande

- Ställ i ordning grupper om tre eller fyra bänkar i klassrummet innan lektionen, så sker gruppindelningen automatiskt.
- Introduktion: Förklara vad matematiska modeller är och hur de används. (Bra bok om vetenskapliga modeller som exemplen på elevbladet är tagna från: Ronald N. Gieri: *Understanding Scientific Reasoning*. 4th ed. 1997)
- Förklara uppgiften. Var noga med att inte använda uttrycket ”hur långt streck du kan rita med en mm stift”. Det gjorde vi första prov-lektionen och det tror vi gjorde att många ställde in stiftpennan så att en mm stack ut och sedan ritade streck tills inget var kvar av stiftet. Detta gjorde att noggrannheten blev dålig. Använd hellre uttryck av typen ”hur långt streck du kan dra med ett stift av en viss längd”.
- Dela ut likadana 0.5H- och 0.7H-stift, passande stiftpennor, linjaler och block.
- Gå runt och hjälp eleverna. De behöver ofta lite hjälp för att förstå uppgiften och komma igång.
- Samla in resultat 10-20 minuter innan lektionens slut och diskutera formlerna. Varför blev inte alla modeller likadana? Vilka parametrar påverkar slutresultatet?
- Om tid finns, kan även extrauppgiften diskuteras.
- Lektionen bör vara minst en timme lång.

Hur jag gjorde:

Jag tog ett vanligt rutat A4-block, orienterade det i landskapsvy och drog två lodräta streck i vänster och höger kant med 20 cm avstånd. Sedan drog jag hundra streck mellan dem. Detta upprepade jag på ett nytt papper. Jag fick följande resultat:

- Stiftlängd före = 60 mm
- Stiftlängd efter = 54,5 mm
- $x = 60 - 54.5 = 5,5$ mm
- $y = 200 \cdot 0,20 = 40$ m
- $k = \frac{y}{x} = \frac{40}{5,5} \approx 7,3$ (m/mm)

Min modell blev alltså

$$y = 7,3x$$

(Jag använde en smal svart-blå stiftpenna av märket bic med ett 0,7HB-stift av sorten pentel polymer super. Så H-stiften borde ha lite högre k-värde och B-stiften något lägre.)

Eftersom min penna slutade fungera när stiftet var 13 mm långt, blev min modell för extrauppgiften

$$y = n \cdot 7,3(x - 13)$$

där n är antalet stift i en förpackning.