



KLEIN- DAGARNA

Mönster och
talföljder
- Pascals triangel
ur slantsingling
KLEINMATERIAL

2017-08-20

SPONSORER:



SVENSKA NATIONALKOMMITTÉN
FÖR MATEMATIK

SKM
SVENSKA KOMMITTÉN FÖR
MATEMATIKUTBILDNING



INSTITUT
MITTAG-LEFFLER
THE ROYAL SWEDISH ACADEMY OF SCIENCES

FINANSIÄR:



BRUMMER & PARTNERS

KORT OM KLEINMETODEN

Denna lektion har utformats enligt Kleinmetoden, där vi har kombinerat gymnasielärares pedagogiska expertis med högskolematematikers fördjupade ämnes-kunskaper. Under Kleindagarna gör vi det genom att arbeta enligt följande modell →

Lektionen bygger på utbildningsmodellen 5E som bygger på fem olika steg: engage, explore, explain, elaborate, evaluate.

Tanken är att en givande lektion börjar med ett inslag som engagerar eleverna, så att de blir nyfikna och vill fortsätta upptäcka ämnet genom någon form av aktivitet. Sen är det dags att förklara det som hänt. Efter detta följer en fördjupning av ämnet där eleverna får möjlighet att utmana och utveckla sina kunskaper genom ytterligare erfarenheter, för att sen gå tillbaka och utvärdera det de lärt sig.

PROCESS UNDER FÖRSTA KLEINDAGEN



SISTA KLEINDAGEN



Diskussion av lektioner i grupp

EFTER KLEIN- DAGARNA



Lektion genomförs i klassrum
och dokumenteras



KLEINMATERIAL: Mönster och talföljder

- Pascals triangel ur slantsingling

LEKTIONSTEMA:

Mönster och talföljder
- Pascals triangel ur slantsingling

KLEINÅRET:

2017/2018

OM MATERIALET:

Kurs 1.
Lektionen behandlar: talföljder och mönster, sannolikhet, trädigram och Pascals triangel

LEKTIONEN HAR INSPIRERATS AV:

Föreläsning om talserier av Johan Wästlund

LEKTIONSPILOT:

Cecilia Eriksson

ANSVARIG KLEINPERSON:

Samuel Bengmark

TILLSAMMANS MED:

Camilla Nilsson, Glenn Wouda, Ludmila Johansson, Michael Thors och Johan Wästlund.



FÖRBEREDELSE

INNAN LEKTIONEN:

- Testa Galtonbräda på länk. Sätt igång denna i början av lektionen (eller dagen om möjligt)
- Pascals triangel med förklaring av 100:e raden

MATERIAL:

Länk:

<https://phet.colorado.edu/en/simulation/legacy/plinko-probability>

TIDSÅTGÅNG:

60 min

SVÅRIGHETSGRAD:

Medel

LÄMPLIG FÖR:

Fokus: Ma 1 men utvecklingsbar mot 5.

NYCKELORD:

Sannolikhet, talföljder, mönster, Pascals triangel, trädidiagram



KLEINMATERIAL: Mönster och talföljder

- Pascals triangel ur slantsingling

Engage

- Vad är sannolikheten för fifty-fifty om man singlar slant 100 gånger?



KLEINMATERIAL: Mönster och talföljder

- Pascals triangel ur slantsingling

Explore

- Hur kan vi gå tillväga för att ta reda på det?



KLEINMATERIAL: Mönster och talföljder

- Pascals triangel ur slantsingling

Explain

Singla slant 100 gånger. Sannolikheten för 50 krona och 50 klave?

$$\frac{12611418068195524166851562157}{158456325028528675187087900672} \approx 0.07958923739.$$



KLEINMATERIAL: Mönster och talföljder

- Pascals triangel ur slantsingling

Explore

Kan vi testa detta?

- Använd Galtonbräda Länktips: <https://phet.colorado.edu/en/simulation/legacy/plinko-probability> . Välj 2 rader.
- Undersök med hjälp av att rita trädidiagram. Räkna tillsammans ut totala antalet vägar och gynnsamma antalet vägar för nivå 2 (bild på trädidiagram med 2 nivåer).
- Vi kopplar slantsingling till Galtonbrädan. Varför är vi intresserade av mittersta stapeln och varför fungerar det bara med jämnt antal nivåer.
- Vad blir sannolikheten (kvoten) efter 10, 100 och 1000 försök? Vi visar att Pascals triangel kan användas för att visa på gynnsamma fall till mittenstapeln på Galtonbrädan och sambandet med slantsingling.
- Eleverna får själva undersöka totala antalet vägar och gynnsamma antalet vägar för nivå 4 (med föregående diskussion om varför det måste bli nivå 4 och inte nivå 3 Eleverna får visa på tavlan de olika sätten.



KLEINMATERIAL: Mönster och talföljder

- Pascals triangel ur slantsingling

Explain

- Vi undersöker om någon elevlupptäckt "Pascals triangel".
- Vi diskuterar vad mitten på en Galtonbräda betyder och använder trädidiagram. På hur många olika sätt kan man hamna i mitten beroende av hur många olika nivåer man har visas på.
- Jämför med att visa Pascals triangel.
- Vi diskuterar: Hur kan vi hitta hundra raden i Pascals triangel. Vi vill hitta det som står i mitten av hundra raden (använd exempelvis: Wolfram Alfa).

Hur man beräknar antalet möjliga sätt per nivå 2^n ?



KLEINMATERIAL: Mönster och talföljder

- Pascals triangel ur slantsingling

Explain (för lärare)

Titta på den talföljd som bildas för sannolikheten att hamna i mitten vid jämt antal nivåer i Galtonbrädan.

$$2 \text{ (1-1) nivåer:} \quad \frac{1}{2}$$

$$4 \text{ (2-2) nivåer:} \quad \frac{3}{8} = \left(\frac{1}{2}\right) * \left(\frac{3}{4}\right)$$

$$6 \text{ (3-3) nivåer} \quad \frac{5}{16} = \left(\frac{1}{2}\right) * \left(\frac{3}{4}\right) * \left(\frac{5}{6}\right)$$

$$8 \text{ (4-4) nivåer:} \quad \frac{35}{128} = \left(\frac{1}{2}\right) * \left(\frac{3}{4}\right) * \left(\frac{5}{6}\right) * \left(\frac{7}{8}\right)$$

(se även Johans föreläsning för en genomgång)

$$100 \text{ (50-50) nivåer:} \quad \left(\frac{1}{2}\right) * \left(\frac{3}{4}\right) * \dots * \left(\frac{99}{100}\right)$$



KLEINMATERIAL: Mönster och talföljder

- Pascals triangel ur slantsingling

Elaborate

Ma 2

- Visualisering av normalfördelning med Galtonbrädan.

Sannolikheten för ett viktat träd.



KLEINMATERIAL: Mönster och talföljder

- Pascals triangel ur slantsingling

Evaluate

- Det här är rad nummer 7 i Pascals triangel.
- Hur ser rad nummer 8 ut? Rita eller beräkna.



KLEINMATERIAL: Bilagor

Referenser

Föreläsning Johan Wästlund

Länk för simulering (Galtonbräda):

<https://phet.colorado.edu/en/simulation/legacy/plinko-probability>



VAD ÄR KLEIN- DAGARNA?

Kleindagarna är ett initiativ som sammanför matematiklärare från gymnasiet med professorer och högskolelärare i matematik på det världsledande Institut Mittag-Leffler i Stockholm. Syftet är att låta deltagarna inspirera och lära av varandra och att de tillsammans ska få möjlighet att utveckla framtidens matematiklektioner.

Kleindagarna har arrangerats varje år sedan 2011 och är ett gemensamt initiativ av *Svenska Kommittén för Matematikundervisning (SKM)*, *Svenska Nationalkommittén för Matematik (KVA)*, *Institut Mittag-Leffler* och finansieras av *Brummer & Partners*.



Skulle du vilja delta i nästa omgång av Kleindagarna?

Besök <http://skm.kva.se/>
eller [följ oss på Facebook!](#)

NÅGRA RÖSTER OM KLEINDAGARNA



Birgitta Nilsson deltog i Kleindagarna 2014 och har sen dess låtit sin undervisning inspireras av akademien.

Varför är dagarna så betydelsefulla?

Kopplingen mellan forskning och gymnasiet är viktigt. Det här utbytet – det kollegiala lärandet – gav mig otroligt mycket inspiration.

Hur har Kleindagarna utvecklat dig som lärare?

Professorerna på Kleindagarna hade bland annat 5E-modell för lektionsplanering som de presenterade, och som Kleinlektionerna bygger på och den har jag haft mycket nytta av. Kleindagarna erbjuder lärare den här typen av saker, att ta del av det senaste inom sin egen bransch. Det har gjort att jag idag söker efter aktuell forskning på ett helt annat sätt. Vad är det senaste inom matematiken? Det här gällde inte bara själva ämnet matematik i sig, utan också sättet att lära ut. Jag fick enorm energi av att delta och kom hem med massor av nya idéer och inspiration.

Torbjörn Jansson, mattelärare på Tullängsgymnasiet i Örebro som deltog i Kleindagarna 2011.

Vad är Kleindagarna för dig?

Kleindagarna var ett tillfälle att samla både lärare från gymnasiet och universitet för att mötas och tillsammans hjälpas åt att ta fram framtidens matematikundervisning. Kleindagarna gav en chans att träffa likasinnade under flera dagar och det finns en styrka i att det sker i så litet format. När jag deltog var vi drygt 30 personer totalt, vilket gjorde det lätt att lära känna varandra,

Hur har Kleindagarna utvecklat dig som lärare?

Att träffa andra som tänker i samma banor gav extra motivation. Dessutom har de lektioner som vi tillsammans tog fram varit till stor nytta i klassrummet. De är ämnade att fungera som introduktionslektioner när man introducerar en ny del av matematiken. Tanken är att de ska inspirera och engagera eleverna. För mig har det fungerat väldigt bra.



Monica Göransson Löof är gymnasielärare i matematik och företagsekonomi på Hjalmar Strömerskolan i Strömsund. Monica deltog i Kleindagarna 2014.

Vad är Kleindagarna för dig?

På Kleindagarna får man dels lära sig något nytt kunskapsmässigt, dels erbjuds metoder för lektionsupplägg. Man gav alltså både idéer för fylla undervisningen med, men också för hur man undervisar. Sedan några år har man ju via GY11 (gymnasiereform) lagt till att man ska träna eleverna på moment som problemlösning, modellering och så vidare. Kleindagarna gav mig många bra idéer på hur jag skulle kunna göra det rent praktiskt.

Under Kleindagarna möts lärare från gymnasiet respektive akademien – vad har ni lärt er av varandra?

Kleindagarna erbjuder en bra glimt av varandras världar. Det ger i sin tur inspiration och näring. Sedan plockar man helt enkelt ut det som går att arbeta med i en gymnasieklass. När vi åt frukost, lunch och middag tillsammans så var vi ju en salig blandning människor. Vi var till att börja med lärare från många olika skolor. Sedan satt ju ofta även professorerna och doktoranderna med, och jag fick en känsla av att alla hade något slags utbyte med varandra.



KAN DU INTE KOMMA TILL KLEINDAGARNA?

Låt Kleindagarna komma till dig genom
att arrangera dina egna Kleindagar!

Är du intresserad av att arrangera lokala Kleindagar där du
bor? Gör så här:

- Samla mattelärare från gymnasieskolor i din omgivning och boka en lämplig lokal – Tre dagar är önskvärt, men även kortare Kleindagar kan anordnas.
- Kontakta kleindagarna@gmail.com så sätter vi dig i kontakt med företrädare för akademien och kan bistå med råd och tips inför dagarna.
- Tidigare års Kleinmaterial finns att tillgå på www.kleindagarna.se. Skicka gärna denna länk till de personer som ska delta så att de kan skapa sig en förståelse för hur Kleindagarna går till. Under konferensen kan ni använda dessa mallar för att sammanställa det lektionsmaterial som ni arbetat fram och skicka det till ovan mailadress – på detta sätt ser vi till att fler få ta del av framtidens mattelektioner.





GILLADE DU DET HÄR MATERIALET?

På [Kleindagarnas hemsida](#) hittar du fler Kleinmaterial.
Nya lektionsmaterial läggs upp löpande allt eftersom de färdigställs.

Har du gjort ett eget material som du tror att andra hade haft nytta av?
Maila kleindagarna@gmail.com så ser vi till att andra Klein-vänner
också kan få tillgång till det via hemsidan!

