

## Lektionsplanering

### Övergång mellan matematik 3C och matematik 4

#### Matematiska förmågor som tränas i lektionen

Problemlösningsförmåga, resonemangsförmåga, kommunikationsförmåga.

#### Centralt innehåll matematik 3C

Egenskaper hos cirkelns ekvation och enhetscirkeln för att definiera trigonometriska begrepp.

#### Centralt innehåll matematik 4

Egenskaper hos trigonometriska funktioner, (radianer, ej centralt innehåll med behövs eftersom trigonometriska funktioner ska deriveras i kursen)

**Mål:** Att eleverna ska få känsla för hur både enkla och komplexa rörelser kan beskrivas matematiskt samt att få förståelse för att rörelser inte alltid kan beskrivas med de formler och funktioner de lär sig i gymnasiekurserna. Att skapa nyfikenhet för komplexa rörelser och deras matematiska beskrivning.

**Förkunskaper:** Enhetscirkeln

**Materiel:** snöre, cirkulär skiva med hål,

**Inledning:** Läraren berättar att lektionen är en inspirerande övergång mellan kurserna samt att den innehåller moment där rörelserna inte kan beskrivas med de verktyg, formler och funktioner de hittills har lärt sig.

Engage: Kan vi föreställa oss hur bilden av en rörelse kommer att se ut? Kan vi dra slutsatser på en konceptuell bas?

Syftet med övning 1 är att utmana det geometriska tänkandet utan att formalisera matematiken med algebra.

**Övning 1:** Eleverna delas in i grupper om minst 8 st. Fyra av dem ställer sig i varsitt hörn i en kvadrat med sidan 3 meter. De övriga ska under övningen följa en av sina kompisar och markera förflyttningen i varje steg. På given signal rör sig de fyra eleverna i hörnen med små steg i riktning mot varandra. De övriga markerar sin kompis förflyttning med snöret. Till slut möts alla fyra i mitten och uppgiften är nu att bestämma hur lång väg de fyra "hörneleverna" har gått. När de bestämt vägen ska de relatera den till den sträcka (3 m) som var det ursprungliga avståndet mellan eleverna i hörnen. Gruppen ska komma fram till en gemensam slutsats.

Explore: Elevernas uppgift är att laborera med en punkt i rörelse på cirkelns periferi för att undersöka det geometriska mönster som uppstår av punktens rörelse.

**Övning 2:** Eleverna arbetar i grupper om fyra. Varje grupp får en cirkulär skiva. Gruppen markerar en punkt på cirkelns rand och låter cirkeln rotera. Därefter studeras den markerade punkten under rotationen dels rakt från sidan, dels från ovan. Eleverna markerar punktens förflyttning under hela rörelsen och drar slutsatser om hur vi kan beskriva rörelsen.

(Bild)

Denna övning ska leda fram till att eleverna drar slutsatsen att när de studerar den roterande punkten från sidan rör den sig upp och ned längs en vertikal linje samt är när de studerar den ovanifrån kommer den röra sig sinusformat. Sinusfunktionen är ny för eleverna och här ska läraren samla ihop gruppernas iakttagelser och visa sinusfunktionen. Eftersom cirkelns radie är 1 så har punkten på periferin förflyttat sig  $2\pi$  och att det är samma sak som  $360^\circ$ . Läraren inför vinkelmåttet radianer.

**Övning 3:** Eleverna fortsätter i grupper om fyra. En cirkulär skiva med ett hål så nära periferin som möjligt tilldelas varje grupp. Uppgiften för gruppen är nu att försöka förutse hur punkten på periferin (hålet) förflyttas då skivan rullar framåt på sin rand (rörelsen är komplex och beskriver en cykloid). När gruppen kommit överens om ett förslag ska det prövas genom att sätta en whiteboardpenna i hålet och låta skivan rotera längs whiteboarden så att punktens förflyttning markeras av pennan. Eleverna jämför den markerade banan med den de förutsåg och drar slutsats.

För de elever som vill jobba vidare kan de bevisa nedanstående:

Arean under en cykloid är tre gånger arean hos den cirkel den genereras ifrån. År 1658 visade [Christopher Wren](#) att längden av en cykloid är fyra gånger diametern hos den cirkel den genereras ifrån.

källa:

<http://sv.wikipedia.org/wiki/Cykloid>