Inflexionslinje
Kleinlektion juni 2017

Anna Guvander, Nitsa Kiriakidou Kazemifar, Anders Lindahl,
Jörgen Melander, Felicita Poloni, Thomas Weibull, Samuel Bengmark

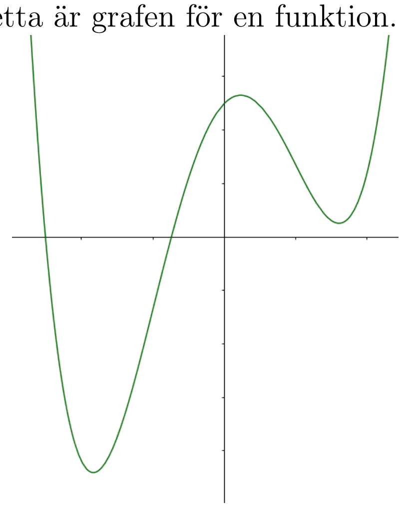
Cykel 1

Grupparbete 1 (5-10 min)

Dela in klassen i 6 grupper. Alla grupper ges en egen version av Bilaga 1.

BILAGA 1

Detta är grafen för en funktion. Hitta alla viktiga punkter!



Klassdiskussion 1

Man ber gruppvis de beskriva en viktig punkt som de indentifierat. Följande punkter skall framkomma.

- nollställen, skärning med y-axeln
- maximum och minimum
- inflexionspunkter

Cykel 2

Grupparbete 2

Läraren skriver på tavlan och säger: Detta är grafen av en funktion. Diskutera i gruppen hur man kan beräkna dessa punkter.

Klassdiskussion 2

Man ber gruppvis de beskriva hur man beräknar en av dessa viktiga punkter. Följande punkter skall framkomma.

- nollställen: $f(x) = 0$
- skärningspunkt med y-axeln: $f(0)$
- max och min: $f'(x) = 0$
- inflexionspunkter: $f''(x) = 0$.

Man ber flera olika grupper skriva på tavlan deras sätt att ange hur det beräknas. För att på så sätt visa att det finns många olika sätt, vissa mer precisa än andra.

Cykel 3

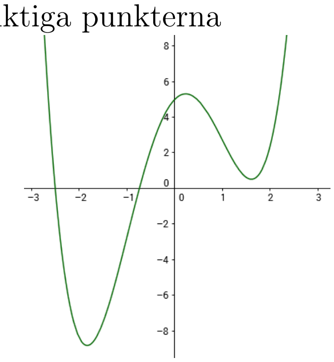
Grupparbete 3

Alla grupper får en ny bild av samma graf, nu med siffror på koordinataxlarna och funktionens uttryck: $f(x) = x^4 - 6x^2 + 5 + Cx$.

BILAGA 2

NAMNEN PÅ DELTAGARNA:

Funktionen är given av uttrycket $f(x) = x^4 - 6x^2 + 5 + Cx$. Beräkna de viktiga punkterna



Vad	Hur	Siffor
Nollställe	$f(x) = 0$	
Skärning med y-axeln	$f(0)$	
Max och min	$f'(x) = 0$	
Inflexionspunkter	$f''(x) = 0$	

Lärarlett

Den ifyllda bilaga 2 samlas in.

Evaluate: Vad har vi lärt oss idag

Elaborate: Vi skall fortsätta med detta nästa gång. Till dess skall ni titta på följande film om Gyllenesnittet.

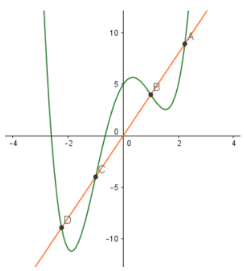
Cykel 4

Grupparbete 4

Alla grupper får tillbaka sina ifyllda Bilaga 2. Läraren ber dem att ge uttrycket för linjen genom inflexionspunkterna och hitta de två andra skärningspunkterna. Beräkna de tre längderna.

BILAGA 3

1. Beräkna linjen $\ell(x)$ som går igenom inflexionspunkterna.
2. Hittade de två andra skärningspunkterna.
3. Beräkna längderna för de tre ändliga sträckorna, a, b och c som bildas på linjen.



$\lvert AB \rvert$	$\lvert BC \rvert$	$\lvert CD \rvert$

Här kommer studenterna få svårt att hitta nollställen till $f(x) - \ell(x)$. Vi har valt fjärdegradare så att alla grupper får samma ekvation att lösa, dvs så att $0 = f(x) - \ell(x) = x^4 - 6x^2 + 5$. För att hjälpa dem lösa detta är det bra att först observera att detta kan ses som en andragradsexkvation i x^2. Genom att lösa denna andragradsekvation finner vi att $x^2 = 3 \pm 2$, dvs $x^2 = 1$ eller $x^2 = 5$. Vi har då funnit alla fyra lösningarna, nämligen $x = \pm 1$ och $x = \pm\sqrt{5}$.

Klassdiskussion 4

Läraren har skapat en tabell på tavlan. Alla grupper skickar fram representant som skriver in sina tre längder $|AB|, |BC|, |CD|$.

Grupp	$\lvert AB\rvert$	$\lvert BC\rvert$	$\lvert CD\rvert$	
Grupp 1				
Grupp 2				
Grupp 3				
Grupp 4				
Grupp 5				
Grupp 6				

Finns det något mönster. Alla grupper får beräkna $\frac{|BC|}{|AB|}$. Läraren ber grupperna en och en skriver upp detta i en fjärde kolumn i tabellen.

Talet vi ser i kolumnen är gyllenesnittet. Wow!

Cykel 5

Grupparbete 5

Be eleverna beräkan areorna som bildas mellan $f(x)$ och $\ell(x)$.

De skall alltså teckna integralen

$$\int_1^{\sqrt{5}} \ell(x) - f(x)\,dx = \int_1^{\sqrt{5}} -x^4 + 6x^2 - 5\,dx = \left[-\frac{x^5}{5} + 2x^3 - 5x\right]_1^{\sqrt{5}} = \frac{1}{5} + 3 = 3.2$$

och jämföra med

$$\int_{-1}^{1} f(x) - \ell(x)\,dx = \int_1^{\sqrt{5}} x^4 - 6x^2 + 5\,dx = \left[\frac{x^5}{5} - 2x^3 + 5x\right]_{-1}^{1} = 6.4$$

Avslutning

Detta upptäcktes för första gången 1949 av HTR Aude Colegate University. Sedan återupptäcktes det av MacMullan 2004.